Anotações

Exercícios – Nível 1

1. Calcule x de modo que se obtenha $10^{2x-4} = 1$

2. Uma das soluções da equação

$$10^{x^2-3} = \frac{1}{100}$$

é:
a) x = 1
b) x = 0
c) $x = \sqrt{2}$
d) x = -2
e) x = 3

3. O conjunto-solução da equação $(0,25)^{2x} = \sqrt{32}$ é

a) $\left\{\frac{-5}{8}\right\}$ b) $\left\{\frac{5}{8}\right\}$ c) $\left\{\frac{1}{2}\right\}$ d) $\left\{\frac{-5}{4}\right\}$ e) $\left\{\frac{5}{4}\right\}$

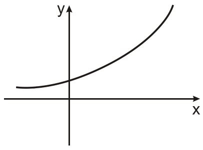
4. Em um experimento, uma cultura de bactérias tem sua população reduzida pela metade a cada hora, devido à ação de um agente bactericida.
Neste experimento, o número de bactérias em função do tempo pode ser modelado por uma função do tipo
a) afim.
b) seno.
c) cosseno.
d) logarítmica crescente.
e) exponencial.

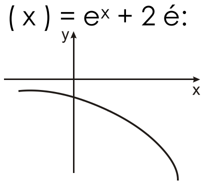
5. A relação a seguir descreve o crescimento de uma população de microorganismos, sendo P o número de microorganismos, t dias após o instante 0. O valor de P é superior a 63000 se, e somente se, t satisfazer à condição

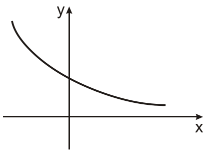
$$P = 64000 . (1 - 2^{-0,1t})$$

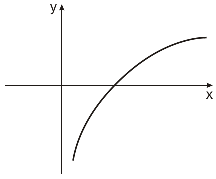
a) 2 < t < 16
b) t > 16
c) t < 30
d) t > 60
e) 32 < t < 64

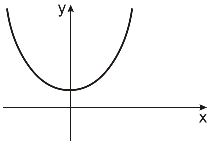
6. A função exponencial é usada para representar as frequências das notas musicais. Dentre os gráficos a seguir, o que melhor representa a função f (x) = $e^x + 2$ é:

a) 

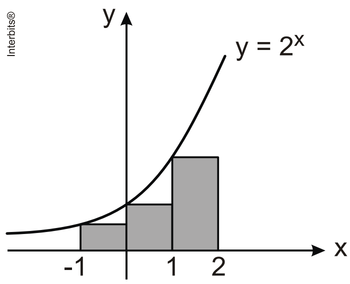
b) 

c) 

d) 

e) 

7. A figura abaixo mostra o gráfico da função $f(x) = 2^x$. A área da região sombreada, formada por retângulos, é igual a:



a) 3,0
b) 3,5
c) 4,0
d) 4,5
e) 5,0

8. A solução da equação $3^{x+1} - 3^{x+2} = -54$ é
a) -2
b) -1
c) 0
d) 2

9. Encontre o(s) valor(es) de x na equação
$$\left(\frac{1}{2}\right)^{x-1} = \sqrt{2^x}$$

10. O valor de x na equação $\left(\frac{\sqrt{3}}{9}\right)^{2x-2} = \frac{1}{27}$
a) tal que 2 < x < 3.
b) negativo.
c) tal que 0 < x < 1.
d) múltiplo de 2.
e) 3.

11. O número **y** de pessoas contaminadas pela nova gripe H_1N_1, em função do número de meses **x**, pode ser expresso por $y = y_0 . 2^x$, em que $\mathbf{y_0}$ é o número de casos reportados em setembro de 2009, isto é, 200.000 infectados. O tempo necessário, em meses, para que 819.200.000 pessoas sejam afetadas pela nova doença é
a) 12.

b) 13.
c) 14.
d) 15.

12. Seja a equação exponencial:

$$9^{x+3} = (1/27)^x$$

Assinale a alternativa que contém a solução da equação exponencial dada.
a) $x = -6$
b) $x = -6/5$
c) $x = 5/6$
d) $x = 5/2$
e) $x = 6$

13. A solução da equação $27^{2x-1} = (3\sqrt{3})^x$ é um elemento de:
a) $\{x ; -2 < x < -1\}$
b) $\{x ; -1 < x < 0\}$
c) $\{x ; 0 < x < 1\}$
d) $\{x ; 1 < x < 2\}$
e) $\{x ; x > 2\}$

14. Numa população de bactérias, há $P(t) = 10^9 . 4^{3t}$ bactérias no instante t medido em horas (ou fração da hora). Sabendo-se que inicialmente existem 10^9 bactérias, quantos minutos são necessários para que se tenha o dobro da população inicial?
a) 20
b) 12
c) 30
d) 15
e) 10

15. A trajetória de um salto de um golfinho nas proximidades de uma praia, do instante em que ele saiu da água ($t = 0$) até o instante em que mergulhou ($t = T$), foi descrita por um observador através do seguinte modelo matemático

$$h(t) = 4t - t . 2^{0,2 . t},$$

com t em segundos, h(t) em metros e $0 \leq t \leq T$. O tempo, em segundos, em que o golfinho esteve fora da água durante este salto foi
a) 1.
b) 2.
c) 4.
d) 8.
e) 10.

GABARITO

1. x = 2
2. A
3. A
4. E
5. D
6. A
7. B
8. D
9. 2/3
10. D
11. A
12. B
13. C
14. E
15. E

Exercícios – Nível 2

16. Se $\left(4^x\right)^2 = 16 \cdot 2^{x^2}$, o valor de x^x é:

a) 27
b) 4
c) $\frac{1}{4}$
d) 1
e) $-\frac{1}{27}$

17. O conjunto solução da equação $64x^2 = 16^{x^2+2x-2}$ é o conjunto
a) S = {2}.
b) S = {4}.
c) S = {–2, 2}.
d) S = {2, 4}.

18. Sendo $\frac{10^{-x}}{0,2} = \frac{0,00115}{2,3}$, o valor de x^2 é igual a:
a) 25
b) 4
c) 9
d) 1
e) 16

19. O produto das raízes da equação exponencial $3 \cdot 9^x - 10 \cdot 3^x + 3 = 0$ é igual a
a) –2.
b) –1.
c) 0.
d) 1.

20. A espessura da camada de creme formada sobre um café expresso na xícara, servido na cafeteria A, no decorrer do tempo, é descrita pela função $E(t) = a2^{bt}$, onde $t \geq 0$ é o tempo (em segundos) e a e b são números reais. Sabendo que inicialmente a espessura do creme é de 6 milímetros e que, depois de 5 segundos, se reduziu em 50%, qual a espessura depois de 10 segundos?
Apresente os cálculos realizados na resolução da questão.

21. A equação $2^{x^2-14} = \frac{1}{1024}$ tem duas soluções reais. A soma das duas soluções é:
a) – 5
b) 0
c) 2
d) 14
e) 1024

22. Suponha que o número de indivíduos de uma determinada população seja dado pela função: $F(t)=a.2^{-bt}$, onde a variável t é dada em anos e a e b são constantes.

a) Encontre as constantes a e b de modo que a população inicial (t=0) seja igual a 1024 indivíduos e a população após 10 anos seja a metade da população inicial.

b) Qual o tempo mínimo para que a população se reduza a 1/8 da população inicial?

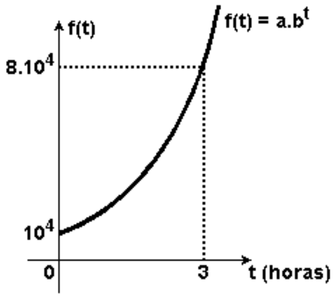
c) Esboce o gráfico da função F(t) para $t \in [0,40]$.

23. Uma cultura de bactérias cresce segundo a lei $N(t) = a.10^{xt}$, onde N(t) é o número de bactérias em t horas, $t \geq 0$, e á e x são constantes estritamente positivas. Se após 2 horas o número inicial de bactérias, N(0), é duplicado, após 6 horas o número de bactérias será
a) 4a.
b) $2a\sqrt{2}$.
c) 6a.
d) 8a.
e) $8a\sqrt{2}$.

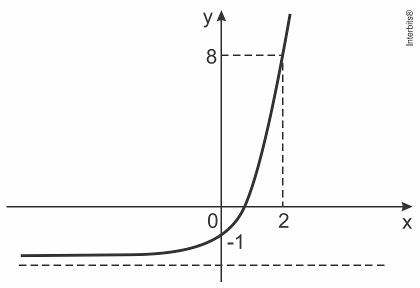
24. Uma cultura de bactérias cresce segundo a lei $N(t) = a.10^{xt}$, onde N(t) é o número de bactérias em t horas, $t \geq 0$, e á e x são constantes estritamente positivas. Se após 2 horas o número inicial de bactérias, N(0), é duplicado, após 6 horas o número de bactérias será
a) 4a.
b) $2a\sqrt{2}$.
c) 6a.
d) 8a.
e) $8a\sqrt{2}$.

25. O gráfico mostra, em função do tempo, a evolução do número de bactérias em certa cultura. Dentre as alternativas a seguir, decorridos 30 minutos do início das observações, o valor mais próximo desse número é:

a) 18.000
b) 20.000
c) 32.000
d) 14.000
e) 40.000

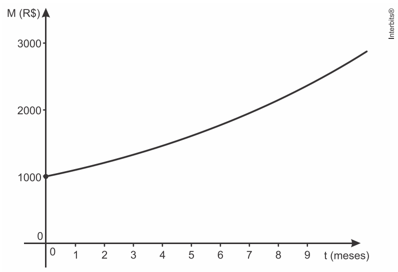


26. A função real f definida por $f(x) = a \cdot 3^x + b$, sendo a e b constantes reais, está graficamente representada abaixo.



Pode-se afirmar que o produto $(a \cdot b)$ pertence ao intervalo real
a) $[-4, -1[$ b) $[-1, 2[$ c) $[2, 5[$ d) $[5, 8]$

27. Uma aplicação bancária é representada graficamente conforme figura a seguir.



M é o montante obtido através da função exponencial $M = C \cdot (1{,}1)^t$, C é o capital inicial e t é o tempo da aplicação.

Ao final de 04 meses o montante obtido será de
a) R$ 121,00 b) R$ 146,41
c) R$ 1.210,00 d) R$ 1.464,10

28. Em 1798, Thomas Malthus, no trabalho "An Essay on the Principle of Population", formulou um modelo para descrever a população presente em um ambiente em função do tempo. Esse modelo, utilizado para acompanhar o crescimento de populações ao longo do tempo t, fornece o tamanho $N(t)$ da população pela lei $N(t) = N_0 \cdot e^{kt}$, onde N_0 representa a população presente no instante inicial e k, uma constante que varia de acordo com a espécie de população. A população de certo tipo de bactéria está sendo estudada em um laboratório, segundo o modelo de Thomas Malthus. Inicialmente foram colocadas 2.000 bactérias em uma placa de Petri e, após 2 horas, a população inicial havia triplicado.

A quantidade de bactérias presente na placa 6 horas após o início do experimento deverá aumentar:
a) 6 vezes
b) 8 vezes
c) 18 vezes
d) 27 vezes

29. No início do ano de 2017, Carlos fez uma análise do crescimento do número de vendas de refrigeradores da sua empresa, mês a mês, referente ao ano de 2016. Com essa análise, ele percebeu um padrão matemático e conseguiu descrever a relação $V(x) = 5 + 2^x$, onde V representa a quantidade de refrigeradores vendidos no mês x. Considere: $x = 1$ referente ao mês de janeiro; $x = 12$ referente ao mês de dezembro.

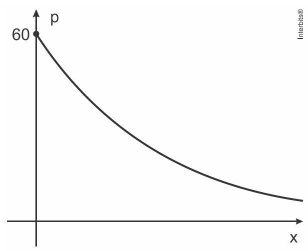
A empresa de Carlos vendeu, no 2º trimestre de 2016, um total de
a) 39 refrigeradores.
b) 13 refrigeradores.
c) 127 refrigeradores.
d) 69 refrigeradores.
e) 112 refrigeradores.

30. Sabendo que $2^{x+3} = 32$, determine o valor de 2^{-x}:
a) 4. b) 2. c) 0. d) $\frac{1}{2}$. e) $\frac{1}{4}$.

31. Em um experimento de laboratório, 400 indivíduos de uma espécie animal foram submetidos a testes de radiação, para verificar o tempo de sobrevivência da espécie. Verificou-se que o modelo matemático que determinava o número de indivíduos sobreviventes, em função do tempo era $N_{(t)} = C \cdot A^t$, com o tempo t dado em dias e A e C dependiam do tipo de radiação. Três dias após o início do experimento, havia 50 indivíduos.

Quantos indivíduos vivos existiam no quarto dia após o início do experimento?
a) 40 b) 30 c) 25 d) 20 e) 10

32. Pretendendo oferecer cursos extras aos seus alunos fora do período de aulas, a coordenação de uma escola fez um levantamento do interesse dos pais por esses cursos dependendo do valor cobrado por eles. O resultado da pesquisa é mostrado no gráfico abaixo, em que p e x representam, respectivamente, o percentual de alunos que se matricularia em algum curso extra e o preço, em reais, cobrado por curso.



Dentre as equações abaixo, a única que poderia representar a relação entre p e x descrita pelo gráfico é

a) $p = 60 - \frac{x}{6}$

b) $p = 60 - \frac{x^2}{2000}$

c) $p = 60 \cdot (0,9)^{\frac{x}{10}}$

d) $p = 60 + \log_{1,5}(10x + 1)$

e) $p = 60 \cdot \cos\left(\frac{\pi x}{600}\right)$

33. O sindicato de trabalhadores de uma empresa sugere que o piso salarial da classe seja de R\$ 1.800,00, propondo um aumento percentual fixo por cada ano dedicado ao trabalho. A expressão que corresponde à proposta salarial (s), em função do tempo de serviço (t), em anos, é $s(t) = 1.800 \cdot (1,03)^t$.

De acordo com a proposta do sindicato, o salário de um profissional dessa empresa com 2 anos de tempo de tempo de serviço será, em reais,

a) 7.416,00. b) 3.819,24. c) 3.709,62.
d) 3.708,00. e) 1909,62.

34. A função f, definida por $f(x) = 4^{-x} - 2$, intercepta o eixo das abscissas em

a) -2. b) -1. c) $-\frac{1}{2}$. d) 0. e) $\frac{1}{2}$.

35. O decrescimento da quantidade de massa de uma substância radioativa pode ser apresentado pela função exponencial real dada por $f(t) = a^t$. Então, pode-se afirmar que

a) $a < 0$ b) $a = 0$
c) $0 < a < 1$ d) $a > 1$
e) $a \in \mathbb{R}$

Gabarito:

Resposta da questão 16: [B]

Como

$$
\begin{aligned}
(4^x)^2 = 16 \cdot 2^{x^2} &\Leftrightarrow 2^{4x} = 2^{x^2+4} \\
&\Leftrightarrow x^2 + 4 = 4x \\
&\Leftrightarrow (x-2)^2 = 0 \\
&\Leftrightarrow x = 2,
\end{aligned}
$$

segue-se que $x^x = 2^2 = 4$.

Resposta da questão 17: [A]

Tem-se que

$$
\begin{aligned}
64^{x^2} = 16^{x^2+2x-2} &\Leftrightarrow 4^{3x^2} = 4^{2x^2+4x-4} \\
&\Leftrightarrow 3x^2 = 2x^2 + 4x - 4 \\
&\Leftrightarrow x^2 - 4x + 4 = 0 \\
&\Leftrightarrow (x-2)^2 = 0 \\
&\Leftrightarrow x = 2.
\end{aligned}
$$

Portanto, $S = \{2\}$.

Resposta da questão 18: [E]

$$\frac{10^{-x}}{0,2} = \frac{0,00115}{2,3}$$

$$10^{-x} = \frac{2 \cdot 10^{-1} \cdot 115 \cdot 10^{-5}}{23 \cdot 10^{-1}}$$

$$10^{-x} = \frac{10 \cdot 10^{-1} \cdot 10^{-5}}{10^{-1}}$$

$$10^{-x} = 10^{-4}$$

$$x = 4$$

Logo, $x^2 = 4^2 = 16$.

Resposta da questão 19: [B]

$$3 \cdot 9^x - 10 \cdot 3^x + 3 = 0 \Rightarrow 3 \cdot \left(3^x\right)^2 - 10 \cdot 3^x + 3 = 0$$

$$\Rightarrow 3^x = \frac{10 \pm 8}{6} \Rightarrow 3^x = 3 \text{ ou } 3^x = 3^{-1}$$

$x = 1$ ou $x = -1$

Logo, o produto das raízes será dado por $1 \cdot (-1) = -1$.

Resposta da questão 20:
E(0) = 6

$$6 = a.2^{b.0} \Leftrightarrow 6 = a.1 \Leftrightarrow a = 6$$

$E(5) = 0{,}5 \cdot 6 = 3$

$$3 = 6.2^{b.5} \Leftrightarrow = \frac{3}{6} = 2^{b.5} \Leftrightarrow 2^{-1} = 2^{b.5} \Leftrightarrow b = -\frac{1}{5}$$

Portanto, $E(t) = 6.2^{-\frac{1}{5}.t}$

Calculando E(10), temos:

$E(10) = 6.2^{-\frac{1}{5}.10}$

$E(10) = 6.2^{-2}$

$E(10) = \frac{6}{4}$

$E(10) = \frac{3}{2}$

Resposta 1,5 mm.

Resposta da questão 21: [B]

Reduzindo à mesma base e igualando os expoentes, obtemos

$$2^{x^2-14} = \frac{1}{1024} \Leftrightarrow 2^{x^2-14} = 2^{-10}$$
$$\Leftrightarrow x^2 - 14 = -10$$
$$\Leftrightarrow x^2 - 4 = 0.$$

Portanto, das relações entre coeficientes e raízes, segue que a soma das soluções da equação é $-\frac{0}{1} = 0.$

Resposta da questão 22:
a) a = 1024 e b = 1/10

b) t(min) = 30 anos

c) Observe o gráfico a seguir:

Resposta da questão 23: [D]

Resposta da questão 24: [D]

Resposta da questão 25: [D]

Resposta da questão 26: [A]

Calculando:

$f(x) = a \cdot 3^x + b$

$f(0) = -1 \to a \cdot 3^0 + b = -1 \to a + b = -1 \to b = -1 - a$

$f(2) = 8 \to a \cdot 3^2 + b = 8 \to 9a + b = 8 \to 9a - 1 - a = 8 \to$

$$\left\langle \begin{matrix} a = \frac{9}{8} \\ b = -\frac{17}{8} \end{matrix} \right\} \to a \cdot b = \frac{-153}{64} \in [-4, -1[$$

Resposta da questão 27: [D]

Para obter o montante obtido ao final de quatro meses basta aplicar $t = 4$ na função $M(t) = C \cdot (1{,}1)^t$. Porém, deve-se observar o que o valor do capital inicial (C), segundo o gráfico, é $C = 1000$, pois é o primeiro valor da curva exponencial. Desta forma, temos:

$M(t) = C \cdot (1{,}1)^t$

$M(t) = 1000 \cdot (1{,}1)^t$

$M(4) = 1000 \cdot (1{,}1)^4$

$M(4) = 1000 \cdot 1{,}4641$

$M(4) = 1464{,}10 \text{ reais}$

Resposta da questão 28: [D]

Após 2 horas, teremos:
$3 \cdot N_0 = N_0 \cdot e^{2t} \Rightarrow e^{2t} = 3$

Após 6 horas, teremos:
$N(6) = N_0 \cdot e^{6t} = N_0 \cdot \left(e^{2t}\right)^3 = N_0 \cdot (3)^3 = 27 \cdot N_0$

Portanto, a resposta correta será a alternativa [D], 27 vezes.

Resposta da questão 29: [C]

Sabendo que o segundo trimestre corresponde aos meses de Abril, Maio e Junho, isto é, meses $4, 5, 6$ temos que a venda foi de:

$V(4) + V(5) + V(6) = (5 + 2^4) + (5 + 2^5) + (5 + 2^6) = (5 + 16) + (5$

Resposta da questão 30: [E]

Resolvendo a equação exponencial temos:

$2^{x+3} = 32$

$2^x \cdot 2^3 = 32$

$2^x \cdot 8 = 32$

$2^x = \frac{32}{8} = 4$

$2^x = 4 \Rightarrow 2^x = 2^2 \Rightarrow x = 2$

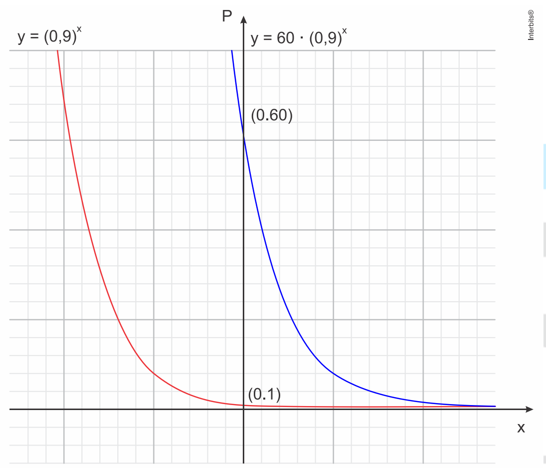
Como $x = 2$, temos: $2^{-x} = 2^{-2} = \frac{1}{2^2} = \frac{1}{4}$.

Resposta da questão 31: [C]

$$N(t) = C \cdot A^t$$
$$N(0) = C \cdot A^0 = 400 \to C = 400$$
$$N(3) = 400 \cdot A^3 = 50 \to A^3 = \frac{1}{8} \to A = \frac{1}{2}$$
$$N(4) = 400 \cdot \left(\tfrac{1}{2}\right)^4 \to N(4) = 25$$

Resposta da questão 32: [C]

A melhor opção é a [C], que apresenta o gráfico em formato exponencial decrescente pois $0,9 < 1$.



Resposta da questão 33: [E]

Fazendo os cálculos:
$$s(t) = 1.800 \cdot (1{,}03)^t$$
$$s(2) = 1.800 \cdot (1{,}03)^2$$
$$s(2) = 1909{,}62$$

Resposta da questão 34: [C]

Fazendo f(x) = 0, temos:
$$4^{-x} - 2 = 0$$
$$4^{-x} = 2$$
$$2^{-2x} = 2^1$$
$$-2x = 1$$
$$x = -\frac{1}{2}$$

Portanto, a função f intercepta o eixo x no ponto de abscissa $x = -\frac{1}{2}$.

Resposta da questão 35: [C]

A função $f(t) = a^t$ é definida para valores positivos de **a**, sendo **a** diferente de 1. Temos dois casos a considerar:
(primeiro caso) A função é decrescente para $0 < a < 1$.
(segundo caso) A função é crescente para $a > 1$.

Portanto, a alternativa correta é a [C].